



CHAPITRE 1 : LE MODELE SCALAIRE DES ONDES LUMINEUSES

Le premier modèle : le modèle géométrique (en vigueur jusqu'au 17^{ème} siècle)

Introduit par les Grecs dans l'Antiquité, ce modèle consiste à assimiler la lumière à un ensemble de **rayons lumineux** qui matérialisent les chemins suivis par la lumière au cours de sa propagation. Formalisé par les physiciens français **FERMAT** et **DESCARTES**, ce modèle repose sur les lois de la géométrie. Le modèle géométrique convient parfaitement pour expliquer la formation des images par les instruments d'optique simples.

Historiquement, son insuffisance est apparue avec les premières expériences de **diffraction** de la lumière.

Le modèle ondulatoire

Dans ce modèle, suggéré par **HUYGENS** dès 1665, la lumière est une onde. Ce modèle permet de rendre compte des expériences de diffraction, d'interférences et de polarisation, inexplicables par l'approche géométrique. On distingue historiquement deux phases dans la construction de ce modèle :

- “Avant MAXWELL” : on ignore le caractère vectoriel de la lumière, qui est alors considérée simplement comme **une onde scalaire** (modèle scalaire de la lumière).

“Après MAXWELL” (à partir de 1864): la lumière est une onde électromagnétique composée d'un champ électrique \vec{E} et d'un champ magnétique \vec{B} (et donc vectorielle), dont le comportement est régi par une équation de d'Alembert à trois dimensions dans la majorité des milieux rencontrés.

1. Modèle de propagation dans l'approximation de l'optique géométrique

1.1 Approximation de l'optique géométrique

En optique géométrique on étudie les rayons lumineux sans faire référence à l'onde lumineuse. On fait l'hypothèse que ces rayons sont indépendants entre eux.

Ceci consiste à négliger tout phénomène de diffraction qui a lieu lorsqu'on fait passer un faisceau de lumière à travers un diaphragme dont le rayon est de l'ordre de la longueur d'onde.

Pour que la lumière se déplace en ligne droite, il faut que les ouvertures qu'elle traverse aient toutes une dimension a supérieure à 1000λ (λ est la longueur d'onde de la lumière).



1.2. Représentation scalaire d'une onde lumineuse

La lumière est une onde électromagnétique couplée d'un champ électrique \vec{E} et d'un champ magnétique \vec{B} se propageant à une vitesse voisine de $3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ dans le vide. Dans le modèle scalaire de l'onde lumineuse que nous allons bâtir, nous utiliserons une composante du champ électrique \vec{E} et préciser par la suite, les limites de validité de ce modèle.

$$\vec{E}_x = E_x(M, t)\vec{e}_x = s(M, t)\vec{e}_x$$

1.2.1. Vibration lumineuse

On appelle vibration lumineuse $s(M, t)$, une composante quelconque du champ électrique par rapport à un axe perpendiculaire à la direction de propagation.

1.2.2. Propriétés

- La vibration lumineuse se propage dans les milieux transparents à la vitesse $V = \frac{c}{n}$ où n est l'indice optique du milieu.

- Si plusieurs vibrations $s_i(M, t)$ se propagent simultanément dans l'espace, chacune se propage comme si elle était seule et la vibration résultante en un point M est :

$$s(M, t) = \sum_i S_i(M, t)$$

L'intensité lumineuse résultante est : $I(\mathbf{M}) = \langle s^2(\mathbf{M}, t) \rangle$

1.2.3. Limite du modèle

Dans un grand nombre de situations, l'intensité lumineuse, due à la superposition de plusieurs ondes électromagnétiques, peut être déterminée au moyen d'un modèle simplifié, où le champ électrique est associé à une grandeur scalaire $s(M, t)$.

Cette approximation est justifiée :

- dans le cas très fréquent d'ondes non polarisées dont les directions de propagation sont voisines ;
- pour les ondes polarisées dont on sait que les directions de polarisation sont voisines.

1.3. Éclairement et intensité vibratoire

On appelle éclairement E la puissance lumineuse surfacique moyenne reçue par une surface ; il se calcule par la formule :



$$\mathcal{E}(M) = K \langle s^2(M, t) \rangle$$

où K est une constante positive et où le symbole $\langle \dots \rangle$ désigne la moyenne dans le temps.

- L'éclairement se mesure en W.m^{-2} ou en lux (lx). $1 \text{ lx} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ W.m}^{-2}$.
- Dans la suite du cours d'optique, la valeur de K ne sera pas utilisée parce qu'on n'interprétera que l'éclairement relatif $\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_0}$ où \mathcal{E}_0 est un éclairement de référence. Dans ce cas, il est équivalent de travailler avec l'intensité vibratoire définie par :

$$I(M) = \langle s^2(M, t) \rangle$$

2. Notation de la vibration lumineuse et de l'éclairement en lumière monochromatique

2.1 Définition de la lumière monochromatique

On appelle lumière monochromatique une vibration idéale purement sinusoïdale de la forme :

$s(M, t) = s_0(M) \cos[\omega t - \phi(M)]$ où ω est la pulsation, $s_0(M)$ est l'amplitude et $\phi(M)$ le retard de phase au point M.

Fréquence $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$; période $T = \frac{1}{\nu} = \frac{2\pi}{\omega}$. Le plus souvent on préfère la caractériser par sa longueur d'onde dans le vide :

$$\lambda_0 = cT = \frac{c}{\nu} = \frac{2\pi c}{\omega}$$

λ_0 est la distance sur laquelle la lumière se propage pendant la période T de l'onde.

NB : Dans un milieu matériel d'indice n, On définit la longueur d'onde par : $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$.

2.2 Notation

Vibration réelle :

$$s(M, t) = s_0(M) \cos[\omega t - \phi(M)]$$

vibration complexe

$\underline{s}(M, t) = s_0(M) \exp i[(\omega t - \phi(M))]$, telle que la vibration réelle est : $s(M, t) = \text{Re}(\underline{s}(M, t))$.

Son amplitude est : $s_0(M) = |s(M, t)|$.

L'éclairement est :

$$\mathcal{E}(M) = K \langle s^2(M, t) \rangle = K \langle s_0^2(M) \cos^2(\omega t - \phi(M)) \rangle = \frac{1}{2} K s_0^2(M)$$

L'éclairement et l'intensité vibratoire sont proportionnels au carré de l'amplitude de la vibration.

$$\mathcal{E}(M) = \frac{1}{2} K |s(M)|^2 = \frac{1}{2} K \underline{s}(M, t) \underline{s}(M, t)^*$$

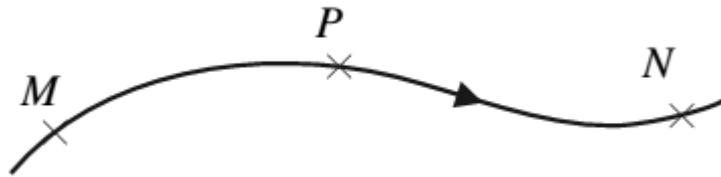
$$I(M) = \frac{1}{2} |\underline{s}(M)|^2 = \frac{1}{2} \underline{s}(M, t) \underline{s}(M, t)^*$$

où z^* est le complexe conjugué de z .

3. Chemin optique. Déphasage dû à la propagation. Surfaces d'ondes. Théorème de Malus

3.1 Chemin optique

3.1.1 Définition



Le chemin optique parcouru par la lumière entre M et N est par définition :

$$(MN) = ct_{MN}$$

où t_{MN} est le temps mis par la lumière pour aller de M à N. Le chemin optique est donc la distance que parcourt la lumière dans le vide pendant la durée t_{MN} .

On peut écrire : $t_{MN} = t_{MP} + t_{PN}$ et $(MN) = (MP) + (PN)$

3.1.2. Evaluation du chemin optique

3.1.2.1 Hypothèses

On supposera dans ce cours, sauf mention contraire, que :

- les ondes sont monochromatiques ;
- les milieux traversés sont homogènes : n est le même en tout point du milieu et donc la lumière se propage en ligne droite.
- l'absorption de l'énergie lumineuse par le milieu est négligeable, par conséquent l'indice optique n est réel.

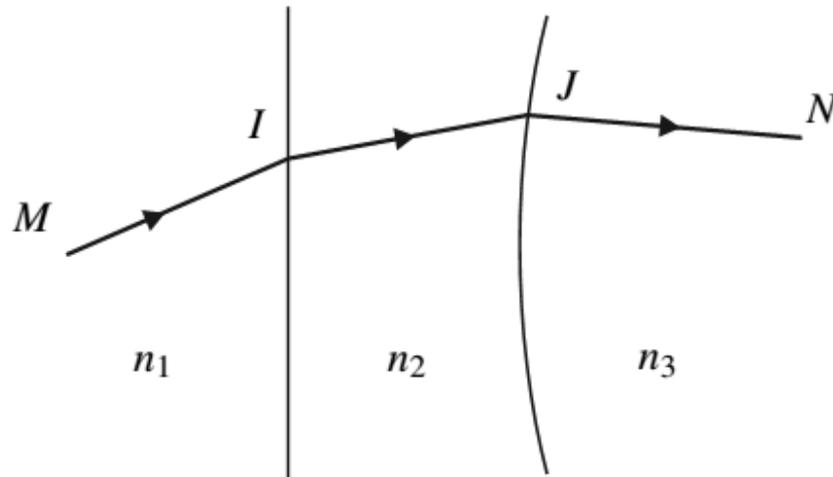
3.1.2.2. Evaluation du chemin optique dans un milieu homogène

Le chemin optique (MN) est :

$$(MN) = ct_{MN} = c \frac{MN}{V} = c \frac{MN}{\frac{c}{n}} = nMN$$

où MN représente la distance entre les points M et N.

3.1.2.3. Evaluation du chemin optique dans un milieu composite



$$(MN) = (MI) + (IJ) + (JN) = n_1 MI + n_2 IJ + n_3 JN$$

Le chemin optique le long d'un rayon lumineux est égal au produit de la longueur du rayon par l'indice du milieu transparent qu'il traverse.

3.2. Retard de phase

La vibration lumineuse en N reproduit la vibration en M avec un retard de propagation t_{MN} et une atténuation éventuelle α (dépendant de M et N) compris entre 0 et 1.

$$s(N, t) = \alpha s(M, t - t_{MN})$$

Lumière monochromatique :

$$s_0(N) \cos(\omega t - \phi(N)) = \alpha s_0(M) \cos[\omega(t - t_{MN}) - \phi(M)]$$

On en déduit :

$$\phi(N) = \phi(M) + \omega t_{MN} = \phi(M) + \frac{\omega}{c} (MN) = \phi(M) + \frac{2\pi}{\lambda_0} (MN)$$

$$s_0(N) = \alpha s_0(M)$$

où λ_0 est la longueur d'onde dans le vide.

3.3. Continuité du déphasage

A la séparation entre deux milieux transparents, les rayons lumineux sont réfractés et réfléchis. On ajoute un supplément de déphasage de π à $\Delta\phi$ dans les situations suivantes :

- lorsque le rayon lumineux subit une réflexion sur une surface métallique ;
- lorsque le rayon subit une réflexion sur un milieu plus réfringent, c'est-à-dire la lumière passe d'un milieu d'indice n à un milieu d'indice $n' > n$;

- lorsque le rayon passe par un point de convergence A' .

On peut aussi ajouter $\frac{\lambda_0}{2}$ au chemin optique chaque fois qu'une de ces situations se présente à la relation, $\phi(N) = \phi(M) + \frac{2\pi}{\lambda_0}(MN)$.

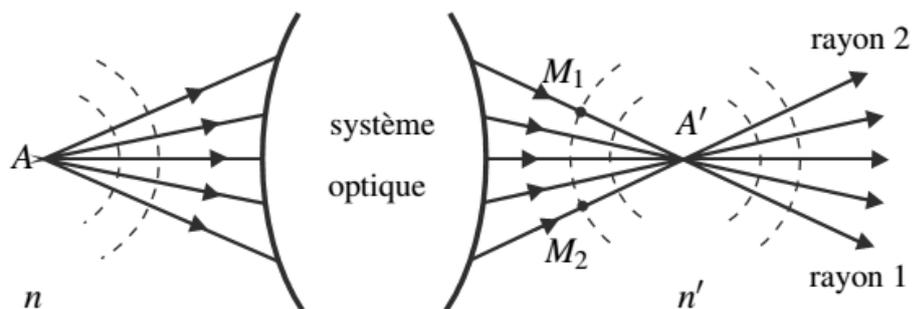
3.4 Surface d'onde

Une surface d'onde relative au point source S est une surface formée des points M tels que $(SM) = \text{constante}$, ou encore, ce qui est équivalent, $\phi(M) = \text{constante}$.

3.5 Théorème de Malus

Théorème de Malus : Les surfaces d'onde relatives au point source S sont orthogonales aux rayons lumineux issus de S .

3.6 Égalité des chemins optiques entre points conjugués



Lorsque deux points A et A' sont conjugués par un système optique, le chemin optique (AA') est le même le long de tous les rayons allant de A à A' .

4. Onde sphérique, Onde plane; effet d'une lentille mince dans l'approximation de Gauss.

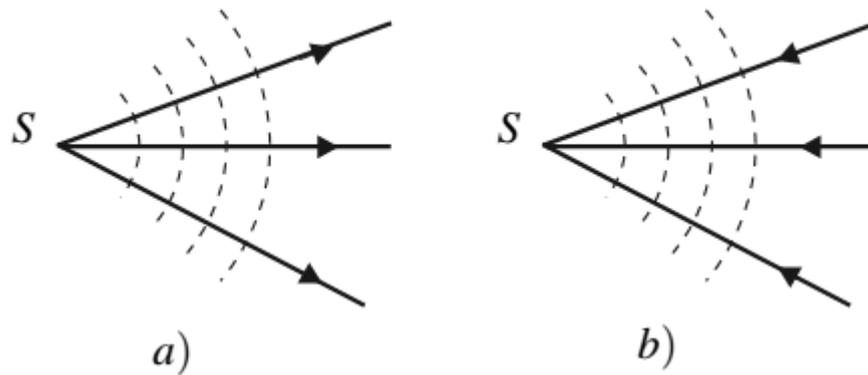
4.1 Onde sphérique

4.1.1 Définition

Une onde sphérique est une onde ayant l'une des caractéristiques suivantes :

- les rayons lumineux sont des droites concourantes en un point S ,
- les surfaces d'onde sont des sphères centrées sur S .

L'onde sphérique est dite **divergente** dans une zone où les rayons lumineux s'éloignent du centre et **convergente** dans une zone où les rayons se dirigent vers le centre.



Ondes sphériques : a) divergente ; b) convergente

4.1.2. Expression du retard de phase d'une onde sphérique

- Dans le cas d'une onde sphérique divergente, le rayon arrivant en M est passé avant par la source S.

$$\varphi(M) = \varphi(S) + \frac{2\pi}{\lambda_0}(SM) = \varphi(S) + \frac{2\pi n}{\lambda_0}SM$$

- Dans le cas d'une onde sphérique convergente, le rayon passe par S après le point M donc

$$\varphi(S) = \varphi(M) + \frac{2\pi}{\lambda_0}(MS) \text{ Soit } \varphi(M) = \varphi(S) - \frac{2\pi}{\lambda_0}(MS) = \varphi(S) - \frac{2\pi n}{\lambda_0}SM$$

4.1.3. Expression d'une onde sphérique

L'amplitude de l'onde sphérique est pratiquement constante :

$$s_0(M) \cong \text{Constante} = s_0$$

$$s(M, t) = s_0 \cos\left(\omega t - \varphi(s) \mp \frac{2\pi n}{\lambda_0}SM\right)$$

avec le signe $-$ pour l'onde divergente et le signe $+$ pour l'onde convergente.

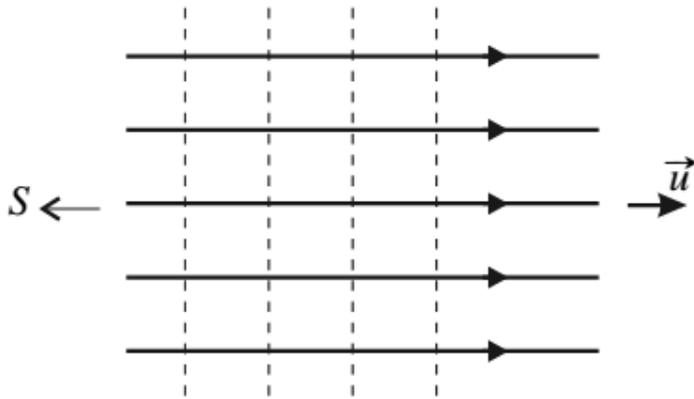
4.2 Onde plane

4.2.1. Définition

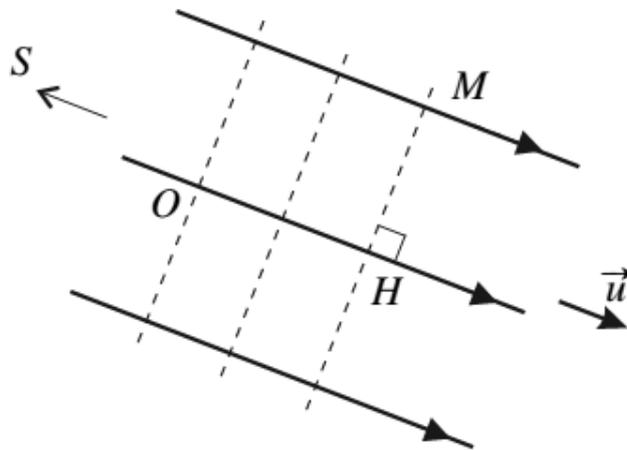
Une onde plane est une onde ayant l'une des caractéristiques suivantes :

- les rayons lumineux sont des droites parallèles entre elles,
- les surfaces d'onde sont des plans parallèles entre eux appelés plans d'onde.

\vec{u} , vecteur unitaire orienté dans le sens de propagation de la lumière. Une onde plane est une onde émise par une source ponctuelle S située à l'infini dans la direction $-\vec{u}$.



4.2.2. Expression du retard de phase d'une onde plane



L'onde émise est une onde divergente :

$$\varphi(M) = \varphi(S) + \frac{2\pi}{\lambda_0} (SM) = \varphi(S) + \frac{2\pi n}{\lambda_0} SM$$

$$SM^2 = (\vec{SO} + \vec{OM})^2 = (r_0 \vec{u} + \vec{OM})^2 = r_0^2 + OM^2 + 2r_0 \vec{u} \cdot \vec{OM}$$

$$OM \ll r_0 \quad \text{d'où} \quad OM^2 \ll r_0^2$$

$$SM^2 = r_0^2 + 2r_0 \vec{u} \cdot \vec{OM}$$

$$SM = r_0 \sqrt{1 + \frac{2\vec{u} \cdot \vec{OM}}{r_0}} \cong r_0 \left(1 + \frac{\vec{u} \cdot \vec{OM}}{r_0} \right) = r_0 + \vec{u} \cdot \vec{OM}$$

$$\varphi(M) = \varphi(S) + \frac{2\pi n r_0}{\lambda_0} + \frac{2\pi n \vec{u} \cdot \vec{OM}}{\lambda_0}$$

$$\varphi(O) = \varphi(S) + \frac{2\pi n r_0}{\lambda_0}$$

$$\varphi(M) = \varphi(O) + \frac{2\pi n}{\lambda_0} \vec{u} \cdot \vec{OM}$$

4.2.3. Expression d'une onde plane

On admet que l'amplitude d'une onde plane est une constante :

$$s_0(M) = \text{constante} = s_0 .$$

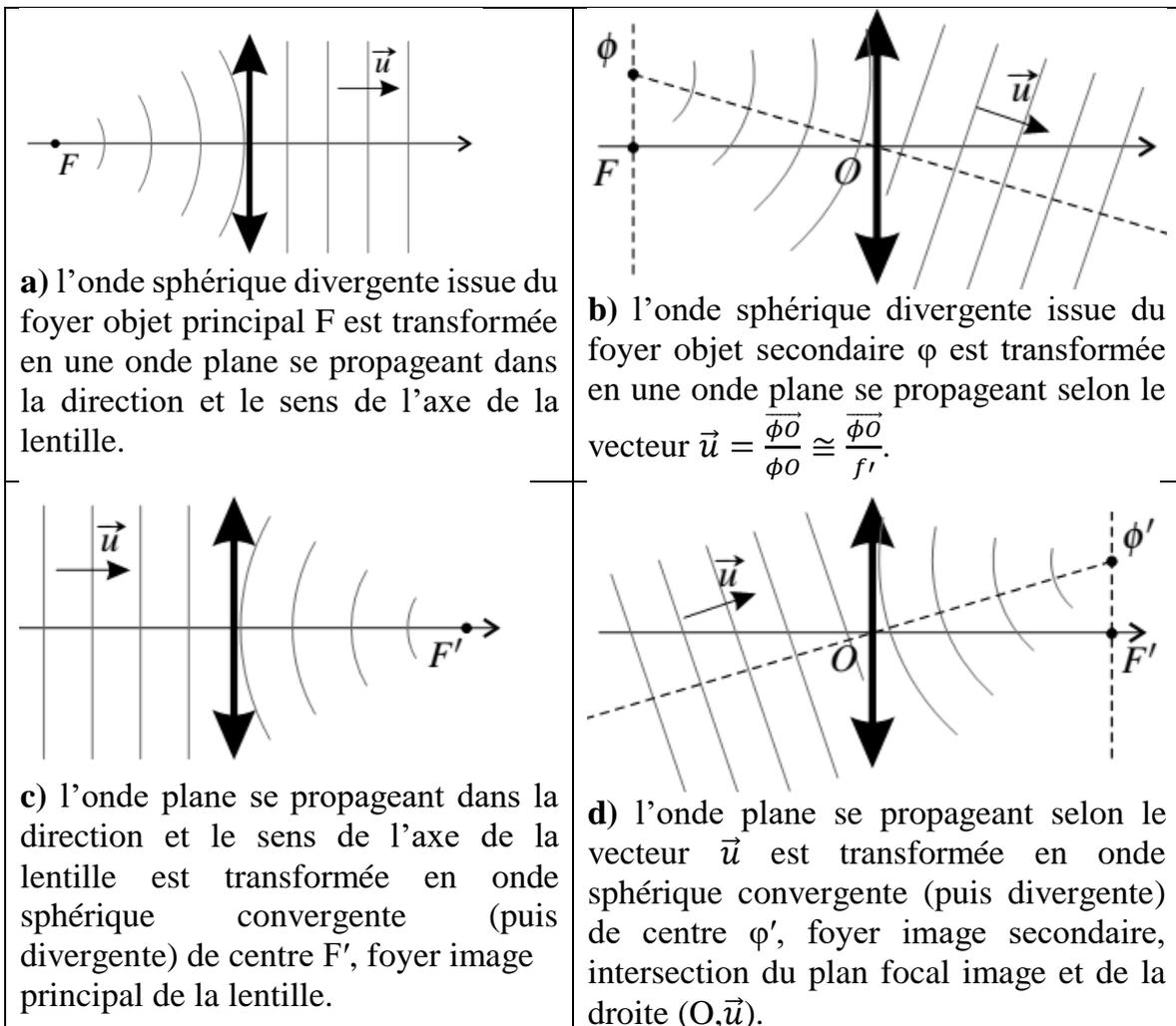
- en notation réelle en posant $\phi(O) = \phi_0$:

$$s(M, t) = s_0 \cos \left(\omega t - \phi_0 - \frac{2\pi n}{\lambda_0} \vec{u} \cdot \overrightarrow{OM} \right)$$

- en notation complexe :

$$\underline{s}(M, t) = s_0 \exp(-i\phi_0) \exp \left(i \left(\omega t - \frac{2\pi n}{\lambda_0} \vec{u} \cdot \overrightarrow{OM} \right) \right)$$

4.3 Effet d'une lentille mince dans l'approximation de Gauss : cas d'une lentille convergente



Les cas (a) et (b) correspondent à un collimateur, appareil comportant une lentille convergente et une ouverture ponctuelle placée dans le plan focal image la lentille. En éclairant l'ouverture avec une source, on fabrique une onde plane.

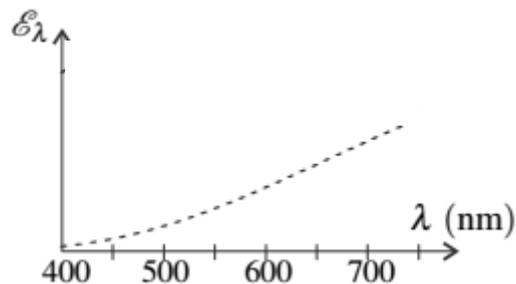
5. Modèle d'émission. Relation entre le temps de cohérence et la largeur spectrale.

5.1. Modèle d'émission

5.1.1. Les lampes à filament

Un filament de tungstène très fin est parcouru par un courant qui l'échauffe jusqu'à l'incandescence ce qui provoque l'émission de lumière.

On peut remarquer que cette lumière est légèrement rougeâtre, ceci vient du profil spectral de cette source, qui montre qu'il y a davantage émission de radiations rouges que de radiations bleues.

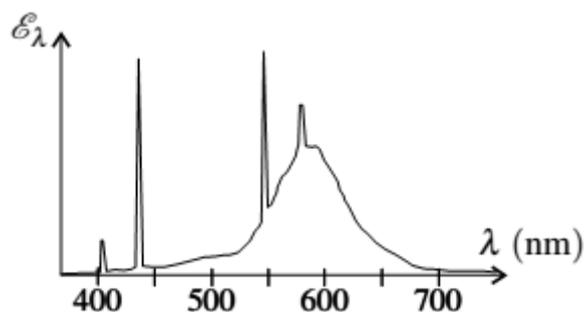


5.1.2. Les lampes dites « à économie d'énergie » :

Les lampes à économie d'énergie appelées lampes fluocompactes fonctionnent sur le même principe que les tubes fluorescents :

- Une forte décharge électrique excite les atomes de mercure.
- En se désexcitant, les atomes de mercure émettent un rayonnement dans le visible et dans l'ultraviolet (UV)
- Les rayonnements (UV) viennent exciter la substance fluorescente présente sur les parois du tube qui émet la lumière blanche.

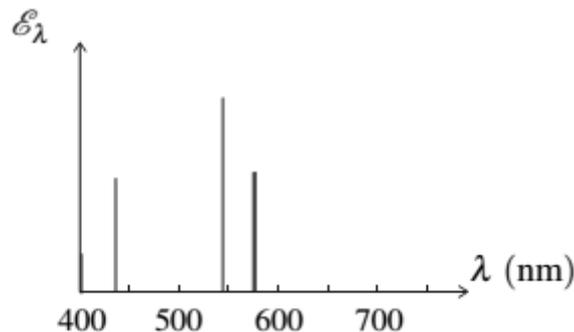
La lumière émise par ces lampes fluocompactes paraît blanche pourtant son profil spectral montre qu'il y a des pics d'émission pour certaines radiations.



5.1.3. Lampes spectrales

Dans une ampoule contenant un élément sous forme de vapeur, on provoque une décharge électrique. La désexcitation des atomes excités émettent des photons, dont l'énergie est égale à la différence d'énergie entre deux niveaux d'énergie de l'atome.

Une lampe spectrale émet une série de longueurs d'onde caractéristique de l'élément qu'elle contient. Le spectre est constitué de pics fins appelés raies spectrales.



Spectre d'une lampe au mercure (basse pression).

On trouve principalement une raie violette (404,7 nm), une raie indigo (435,8 nm), une raie verte (546,1 nm) et un doublet jaune orangé (577,0 et 579,1 nm) non résolu sur la figure.

5.1.4. Faisceaux lasers

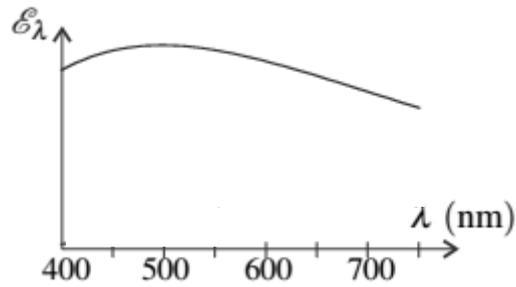
Un LASER est un amplificateur de lumière qui fonctionne grâce aux phénomènes d'émission et d'absorption.

La lumière d'un faisceau LASER présente une raie spectrale unique beaucoup plus fine qu'une raie de lampe spectrale.

Les lasers hélium-néon les plus répandus émettent une radiation rouge de longueur d'onde 633 nm.

5.1.5. Sources de lumière blanche

Une lumière blanche est une lumière dont le spectre est continu et contient toutes les longueurs d'onde du domaine visible.



5.2. Relation entre le temps de cohérence et la largeur spectrale

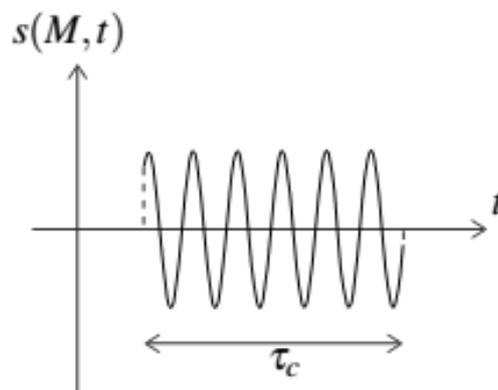
5.2.1. Notion de train (ou paquet) d'ondes

Dans l'approche semi-classique, la lumière est émise sous la forme d'un phénomène oscillatoire électromagnétique de courte durée appelé train d'onde électromagnétique de fréquence :

$$\nu_0 = \frac{E_2 - E_1}{h}$$

dont la durée moyenne est égale à la durée d'excitation $\tau \ll T$ (période de l'onde électromagnétique).

L'atome désexcité subit, à une date non prévisible, une nouvelle excitation et émet un nouveau train d'ondes. La phase de l'oscillation, relevant elle aussi d'un processus aléatoire, varie à chaque train d'onde.

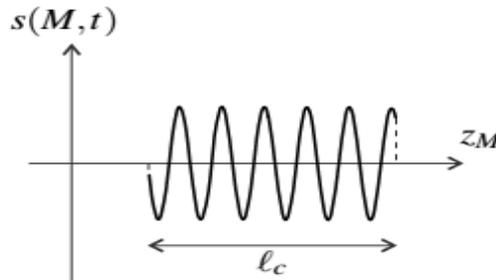


5.2.2 Longueur de cohérence - La largeur spectrale

a) Longueur de cohérence

On appelle longueur de cohérence ℓ_c la distance que parcourt la lumière dans le vide pendant la durée τ_c d'un train d'ondes soit :

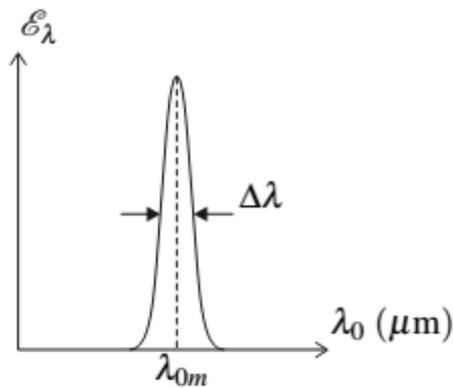
$$\ell_c = c\tau_c$$



b) La largeur spectrale

On caractérise le profil fin des raies spectrales par :

- la longueur d'onde λ_{0m} correspondant au maximum d'émission,
- la largeur à mi-hauteur $\Delta\lambda$ qui est telle que $\Delta\lambda \ll \lambda_{0m}$,
- la forme de la raie qui peut correspondre à différentes fonctions mathématiques.



Raie spectrale. L'échelle horizontale est fortement dilatée par rapport à celle de la figure 6.12.

Dans le domaine de fréquences, la raie est caractérisée par la fréquence moyenne $\nu_m = \frac{c}{\lambda_{0m}}$ et la largeur $\Delta\nu$. Étant donné que $\Delta\lambda \ll \lambda_{0m}$ et $\Delta\nu \ll \nu_m$ on peut écrire :

$$\Delta\nu = \Delta\left(\frac{c}{\lambda_0}\right) \approx \frac{c\Delta\lambda}{\lambda_{0m}^2} = \nu_m \frac{\Delta\lambda}{\lambda_{0m}}$$

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_{0m}} \approx \frac{\Delta\nu}{\nu_m}$$

c. Relation entre le temps τ de cohérence et la largeur spectrale $\Delta\nu$

La théorie mathématique de la transformée de Fourier indique qu'un signal limité dans le temps et de durée approximative τ_c a un spectre dont la largeur en fréquence est telle que :

$$\Delta\nu \sim \frac{1}{\tau_c}$$

Si le signal est quasiment sinusoïdal de période T , la fréquence $\nu_m = \frac{1}{T}$. On a donc :

$$\frac{\Delta\nu}{\nu_m} \sim \frac{T}{\tau_c} \Leftrightarrow \tau_c = \frac{T \nu_m}{\Delta\nu}$$

source	λ_{0m} (nm)	$\Delta\lambda$ (nm)	$\Delta\nu$ (Hz)	τ_c (s)	ℓ_c
lumière blanche	575	350	$3 \cdot 10^{14}$	$3 \cdot 10^{-15}$	$0,9 \mu\text{m}$
lampe au mercure	546,1	1,0	$1 \cdot 10^{12}$	10^{-12}	0,3 mm
lampe étalon au Kr ⁸⁶	605,6	$1,2 \cdot 10^{-3}$	10^9	10^{-9}	30 cm
laser He-Ne stabilisé	632,8	10^{-6}	$7,5 \cdot 10^5$	$1,3 \times 10^{-6}$	$\sim 400 \text{ m}$

6. Récepteurs. Intensité de la lumière

Les récepteurs sont caractérisés par leur temps de réponse τ qui est le temps minimum qui doit séparer deux signaux pour qu'ils soient perçus individuellement.

Pour l'œil, le temps de réponse est $\tau \approx 0,1 \text{ s}$.

Exemple

Un film de cinéma est projeté à raison de 24 images par seconde. Les mouvements filmés semblent continus parce que le temps de réponse de l'œil est supérieur à $\frac{1}{24} \text{ s} = 0,04 \text{ s}$.

Pour la pellicule photographique, le signal enregistré est l'énergie reçue pendant la durée d'exposition $\tau \sim 10^{-4}$ à 10^{-2} s joue le rôle de temps de réponse.

Il existe des détecteurs électroniques qui fournissent un signal électrique (tension ou intensité suivant le cas) proportionnel à la puissance lumineuse reçue par une petite surface sensible. On les caractérise par leur sensibilité et leur temps de réponse.

récepteur	sensibilité	temps de réponse
photodiode	$0,1 \text{ A.W}^{-1}$	10^{-6} s
photorésistance	100 A.W^{-1}	10^{-2} s
thermopile	1 V.W^{-1}	1 s

Tableau 6.1 – Quelques récepteurs lumineux électroniques

Le capteur CCD Le capteur CCD, acronyme du nom anglais Charge - Coupled Device, est l'élément sensible des appareils photographiques numériques. Il fournit pour chaque



pixel de l'image les valeurs des trois puissances lumineuses pour les trois couleurs rouge, vert et bleu du système RGB. Un capteur de 12 millions de pixels est typiquement un tableau rectangulaire de 4000×3000 cellules comportant chacune 4 photorécepteurs (1 pour le rouge, 2 pour le vert et 1 pour le bleu) et dont la taille est de l'ordre de quelques micromètres. Son temps de réponse est inférieur à 10^{-2} s.

Les récepteurs ne sont sensibles qu'à la valeur moyenne de la puissance lumineuse qu'ils reçoivent.

$$I = \langle s^2(M, t) \rangle$$